

۲۰) مجموعه ها و جهان در حلقه ی تهران

یکی از ایجابات نظریه ی مجموعه های ناکانتوری (تجربی) در حوزه ی نظریه ی اعداد، مقوله ی چرایی وجود این اعداد است. قطعاً در گذر زمان این اعداد برای شمردن چیزها مورد استفاده قرار گرفته اند اما با عنایت به یکی از آکسیوم های این نظریه دال بر مجموعه بودن همه چیز (چیزی غیر از مجموعه وجود ندارد) پس رسالت واقعی این اعداد، شمردن (در گام اول) و ترتیب دادن (در گام ثانی) مجموعه هاست. بطور مثال عدد ۵ یعنی اینکه تابحال ۵ مجموعه ساخته شده است (۰، ۱، ۲، ۳، ۴) یا بعبارتی ۵ حرکت و همچنین بدین طریق می توان ضابطه ای برای ترتیب دادن به آن ها پیدا کرد. مجموعه ی الف فقط و فقط اگر تعداد مجموعه های ساخته شده ی پیش از آن از تعداد مجموعه های پیش از ب بیشتر باشد، از مجموعه ی ب بزرگتر خواهد بود. در این نظریه این اعداد همچنین نمی توانند در پایه ی فرمول کاردینالیتیه بکار روند و فقط می توانند توان فرمول باشند. این یعنی اینکه اعداد طبیعی عملاً برای شمردن حرکت مجموعه ها که خود منتهی به بوجود آمدن مجموعه های جدید می گردد، استفاده می شوند. ما با اعداد طبیعی حرکات جهان را می شماریم و محصول این حرکات مجموعه هایی با کاردینالیتیه های متناظر با واقعیت جهان (حرکت جهان) خواهند بود. نکته ی دیگری که جا دارد در این نوشتار مطرح گردد ضابطه ی ساختن مجموعه هاست. در این نظریه تلاش می شود که از هر گونه ساختی جلوگیری شود. اگرچه در ذهن می توان به وجود مجموعه ی دو، سه، یک رسید اما این مجموعه، فیل صورتی پرنده است. اگر مجموعه ای بخواهد چیزی در رابطه با جهان بگوید حتماً می بایست مجموعه ای خوش-ترتیب باشد و این خوش ترتیبی متأثر از ترتیب (آرڈینالیتیه ی) اعداد طبیعی (ساده ترین قسم اعداد) است که خود بیانگر تعداد حرکت مجموعه هاست. این دو اصل با یکدیگر به اصل سومی متحول می گردند که آن را می توان اصل برابری مجموعه ها دانست: "دو مجموعه فقط زمانی با هم برابرند (این همانند) که اعضای یکسان با ترتیبی یکسان داشته باشند." که البته خود این ترتیب نیز متأثر از ترتیب اعداد طبیعی است. پس در این نظریه، تلاش ما محدود کردن تجربی تعداد (کمیت) و اشکال (کیفیت) مجموعه هاست. همانطور که در طبیعت نمی توان یک چشم متکامل مثل چشم آدمی را بر روی سر یک کرم متصور شد، نمی توان در این نظریه با عدد ۱۰۰ و سپس عدد ۱، یک مجموعه ساخت. هر مجموعه ای می بایست خوش ترتیب باشد و هر دو مجموعه ی خوش ترتیبی با اعضای برابر با هم برابرند. از این جهت لازم است که ضوابطی برای خوش ترتیبی مجموعه ها بشکل آکسیوماتیک بیان گردد. مهمترین ضابطه ی خوش ترتیبی همان به ارث بردن ترتیبی است که مجموعه ی اعداد طبیعی ساخته می شود. اعداد را می توان چونان مجموعه نشان داد و در اساس این مجموعه ها چیزی نیستند جز مجموعه ی فی (صفر) و مجموعه ای که در آن فی قرار دارد (یک) و برای ساختن اعداد بزرگتر کفایت تمام آنچه را که تابحال ساخته شده است حرکت داد و در یک مجموعه ی

جدید جا داد. برخی ریاضیدانان بر این باورند که مجموعه وجود خارجی ندارد و این جمله به بیان بهتر یعنی اینکه مجموعه ها ما به ازای بیرونی ندارند. البته هیچ چیز ریاضیاتی مابه ازای بیرونی ندارد، حتی اعداد طبیعی؛ اما در این مورد خاص، درصد بسیار بسیار کوچکی از تمامی مجموعه هایی که ذهن بشر سهوا به خلق آن ها دست می زند وجود واقعی (افلاطونی) دارند که رسالت این نظریه کشف آن ها یا بعبارتی کشف ضابطه ی ساختن آن هاست. یکی از ایجابات این نظریه در عرصه ی فلسفه ی علم می تواند بازتایید رویکرد رئالیسم مدل-محور باشد. در رویکردهای سنتی فلسفه ی علم بر این باور بودیم که المان های مستعمل در یک نظریه همگی می بایست تجربه پذیر باشند و این تز بسیار شبیه به تز پوزیتیویسم کلاسیک است. یعنی یک مدل علمی می بایست جهان عینی را بتوسط اجزایی توضیح دهد که خود نیز مشاهده شونده و عینی باشند. این رویکرد اگرچه ضربه های هولناکی از مدل های اتمی توضیح جهان خورد (زیرا خود اتم ها مشاهده شدنی نبودند) اما همچنان رویکرد برخی از صاحب نظران حوزه های علمی است. من خود قرائت جدیدی از رئالیسم مدل بینان را در ذهن دارم و بر این باورم که علم در آینده به این قرائت تمکین خواهد نمود. اگر نظریه ای بتواند آینده ی یک پدیدار را توضیح دهد، یک نظریه ی علمی است ولو آنکه المان های تشکیل دهنده ی آن نظریه، خود بشکل عینی مشاهده شدنی نباشند. این نکته از آنجایی حایز اهمیت است که سرآخر می بایست کل دانش بشر به ریاضیات فروکاهیده شود و موجودیت های ریاضیاتی خود در اساس مشاهده نشدنی هستند. هرگونه رویکردی خارج از این، جایی در دکترین حلقه ی تهران ندارد. غایت دانش رسیدن به نظریه ای غایی برای همه چیز است. این نظریه ی دو بن پاره ای (با تاثیر پذیرفتن از دو نیم کره ی مغز) همچنین می بایست نظریه ای سازگار با خود و در عین حال کامل در خود باشد. این نظریه اگرچه به پیش بینی همه چیز تنها چیز دست می زند اما می تواند مبتنی بر ابزارهایی صرفا منطقی-ریاضیاتی به این مهم اقدام ورزد، زیرا که خود همه چیز تنها چیز (کلیت جهان) هم مشاهده نشدنی است. این نظریه برای آنکه بتواند تمامی معرفت واقعی بشر را نمایندگی کند می بایست از منظرهای حسابی و هندسی نیز قابل توجیه باشد. در سلسله نوشتارهای پیشین به عمده ی این موارد اشاره هایی شد. آنچه که حایز اهمیت است اشاره به این نکته است که می توان اعداد رئال (واقعی / حقیقی) را بر مبنای اعداد گویا (راسیونال) توضیح داد و خود اعداد راسیونال را نیز بر مبنای اعداد صحیح و همچنین خود اعداد صحیح را بر اساس مجموعه ها (به روش فرگه). اعداد منفی اگرچه واقعیتی ندارند (زیرا که صرفا ابزاری در دستان فرد ریاضی دان برای ساده تر کردن یک سری عملیات ریاضیاتی مثل تفریق می باشند)، اما دوباره در این نظریه با عملیات پادتوان (مجموعه ی رادیکال) می توان آن ها را توضیح داد. اعداد منفی عملا تلاش در راستای بازگشت به سمت مبدا اعداد هستند. وقتی با حرکت به عدد یک (از صفر) می رسیم، می توانیم با حرکت به عقب دوباره به صفر برگردیم. مجموعه ی رادیکال مجموعه ای با ارتفاع کمتر (در  $V$  جهان

نویمان) تعریف می شود و این فرآیند را می توان با پادتوان نشان داد که همان  $P^{-1}(x_n)$  می باشد بشکلی که:  $P(x_0) = x_1$  &  $P^{-1}(x_1) = x_0$ . این حرکت بنوعی حرکت دنده عقب در فضای سپهر مجموعه هاست {در ضربدر (x) جهان دی داد}. از آنجاییکه صرفاً مجموعه  $\Phi$  عضوی ندارد، پس حقیقتاً فقط یک مجموعه ی فی وجود دارد، پس وقتی که از این مجموعه پادتوان می گیریم، عملاً وارد فضای قرینه ی آن در جهت منفی محور اعداد می شویم بطوریکه:  $P^{-1}(x_0) = x_{-1}$ . یعنی اگر مجموعه ی فی در جهت عکس حرکت طبیعی و ذاتی خود حرکت کند به عدد منفی یک خواهد رسید و این یعنی توان حرکت رو به جلو و عقب در زمان.

---